

Ebben a dokumentumban olyan feladatra mutatunk két példát, ahol a helyes válaszok kiszámításához számítógép használatára is szükség lehet. Megjegyezzük, hogy a versenyen kiadott feladatsorokban ezek a feladatok nem kapnak majd külön megjelölést.

1. feladat

Egy $N = 1,000,000$ számjegyből álló $S = S_1S_2S_3\dots S_N$ számjegysorozatot képzünk az alábbi szabályok szerint (a $\bmod 10$ művelet a 10-zel vett osztási maradékot jelenti):

- $i=1, 2, \dots, 55$ esetén $S_i = (13*i - 23*i*i + 37*i*i*i) \bmod 10$
- Minden $i > 55$ -re $S_i = (S_{i-24} + S_{i-55}) \bmod 10$

Válaszolj az alábbi kérdésekre:

A. Add meg az alábbi sorszámú számjegyeket.

i	1	56	999,999
S_i			

B. Hány 4-es, illetve 6-os számjegy fordul elő a sorozatban?

4-es számjegyek darabszáma:
6-os számjegyek darabszáma:

C. Egy k számjegyet *valódi* k jegynek nevezünk, ha az őt közvetlenül megelőző, illetve őt közvetlenül követő számjegyek egyike sem k . Add meg a valódi 4-esek és 6-osok számát.

Valódi 4-esek száma:
Valódi 6-osok száma:

D. Ki szeretnénk választani pontosan $M = 300,000$ (nem feltétlenül szomszédos) számjegyet a sorozatból úgy, hogy az összegük a lehető legnagyobb legyen. Add meg az elérhető legmagasabb összeget.

--

2. feladat

Egy szám akkor palindrom, ha akár balról jobbra, akár jobbról balra olvassuk a számjegyeit, ugyanazt a számjegysorozatot kapjuk. A szám egyik irányban olvasva sem tartalmazhat a legnagyobb helyiérték elé írt 0 számjegyeket. Például az 5, 121 és 6776 számok palindromok, de az 1010 nem az (hiába kapnánk ugyanazt mindkét irányban, ha a szám elé egy extra 0-t odaképnénk).

*Duplán palindrom*nak nevezzük az olyan pozitív egészeket, melyek tízes és kettes számrendszerben felírt alakjai egyaránt palindromok. Az $5_{10}=101_2$ például ilyen szám.

- A. Add meg, hogy a 10-nél kisebb pozitív egészek között hány duplán palindrom van.

- B. Hány 1000-nél kisebb duplán palindrom van?

- C. Hány 1,000,000-nál kisebb duplán palindrom van?

- D. Hány 10^{12} -nél kisebb duplán palindrom van?