

1. feladat (60 pont)

Kati születésnapjára társasjátékot kapott. Ennek a játéknak a mezői egy sorban egymás mellett helyezkednek el és minden mező piros (P), kék (K), vagy zöld (Z) színű. Ezen kívül minden mezőhöz tartozik egy utasítás, mely három féle lehet:

- $\rightarrow S$, ahol S a három szín valamelyike: a mezőről jobbra kell lépni, a legközelebbi S színű mezőre. Például $\rightarrow Z$ esetén jobbra kell lépni a legközelebbi zöld mezőre.
- $\leftarrow S$, ahol S a három szín valamelyike: a mezőről balra kell lépni, a legközelebbi S színű mezőre. Például $\leftarrow P$ esetén balra kell lépni a legközelebbi piros mezőre.
- CÉL: erre a mezőre lépve a játék véget ér.

Tekintsük a következő játéktáblát:

	1. mező	2. mező	3. mező	4. mező	5. mező	6. mező	7. mező	8. mező
Szín	K	Z	Z	P	Z	K	K	Z
Utasítás	$\rightarrow Z$	$\rightarrow P$	$\leftarrow K$	$\rightarrow Z$	CÉL	$\leftarrow Z$	$\leftarrow K$	$\leftarrow P$

Válaszolj a következő kérdésekre!

- A. Melyik mezőket járjuk be, ha a játékot az 1. mezőről kezdjük? Add meg a sorszámait a bejárásuk sorrendjében!

- B. Add meg mindegyik mezőre az alábbi táblázat kitöltésével, hogy onnan indulva hány lépés megtétele után érjük el a CÉL mezőt!

1. mező	2. mező	3. mező	4. mező	5. mező	6. mező	7. mező	8. mező
				0			

- C. Add meg a bejárt mezők sorszámait (a bejárás sorrendjében) abban az esetben, amikor a legtöbb lépést kell megtenni a CÉL eléréséig!

- D. Melyik mező színét és milyen színűre változtassuk meg, hogy semelyik mezőről (a CÉL kivételével) se lehessen a CÉL mezőre jutni az utasítások követésével?

Mező:	Új szín:
-------	----------

2. feladat (70 pont)

A lenti függvény bemeneti paraméterei az A egész szám, valamint az S pozitív egészeket tartalmazó, N elemű tömb. Az eljárás az SA tömböt állítja elő. A tömböket 1-től indexeljük.

```
Előállít( $A, S$ ):  
   $i := 1$ ;  
  Ciklus  $k = 1$ -től  $N$ -ig  
    Ha  $A > 0$  akkor  
       $SA[i] := S[k]$ ;  $i := i + 1$ ;  
       $A := A - S[k]$ ;  
    különben  
      Ha  $A < 0$  akkor  
         $SA[i] := -S[k]$ ;  $i := i + 1$ ;  
         $A := A + S[k]$ ;  
  Ciklus vége  
  Ha  $A > 0$  vagy  $A < 0$  akkor  
    Ki: „Hiba!”  
  különben  
    Ki:  $SA$   
Eljárás vége
```

Válaszolj az alábbi kérdésekre!

- A. Mi lesz az Előállít($15, [7, 6, 5, 4, 3, 2]$) hívás kimenete?

- B. Mi lesz az Előállít($-4, [6, 1, 2, 5, 2, 3, 1, 1]$) hívás kimenete?

- C. Mi lesz az Előállít($8, [5, 4, 3, 1]$) hívás kimenete?

- D. Add meg a legkisebb olyan **pozitív** egész A számot, amire az Előállít($A, [1, 2, 3, 2]$) hívás eredménye Hiba!

- E. Igaz-e, hogy ha az Előállít(A, S) hívás eredménye **nem** Hiba!, akkor az SA tömb elemeinek az összege az eljárás végén 0?

IGAZ

HAMIS

- F. Igaz-e, hogy ha az Előállít(A, S) hívás eredménye **nem** Hiba!, akkor az Előállít($-A, S$) hívás eredménye sem lesz az?

IGAZ

HAMIS

- G. Igaz-e, hogy létezik olyan S tömb, amire **bármely** $-20 \leq A \leq 20$ esetén **nem** lesz Hiba! az Előállít(A, S) hívás eredménye?

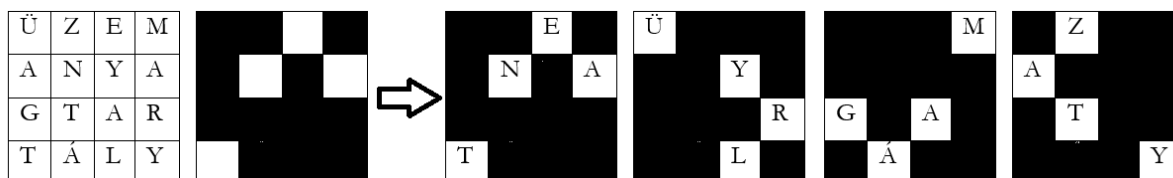
IGAZ

HAMIS

3. feladat (60 pont)

A 4x4-es rácsos kódolás egy legfeljebb 16 karakterből álló szöveg rejtjelezésére használható. A kódolni kívánt szöveg karaktereit soronként haladva, négyesével beírjuk egy 4x4-es táblázatba. Ezt követően egy lyukacsos papírlapot (ez lesz a kódolórács) helyezünk rá és leírjuk a lyukakon át látszó karaktereket. Ezt megismételjük további három alkalommal, a papírlapot az óramutató járásának megfelelő irányba elforgatva.

Az alábbi ábra az ÜZEMANYAGTARTÁLY szó kódolását mutatja be egy kódolórács segítségével:



A leírt kódszó így most az ENATÜYRLMGAÁZATY lesz.

- A. Add meg TISZTELETPÉLDÁNY szóhoz tartozó kódszót, ha a kódoláshoz a példában szereplő kódolórácsot használjuk!

- B. Dekódold a ESRAGEKÉCSADLCZK kódszót annak ismeretében, hogy a kódoláshoz a példában szereplő kódolórácsot használtuk!

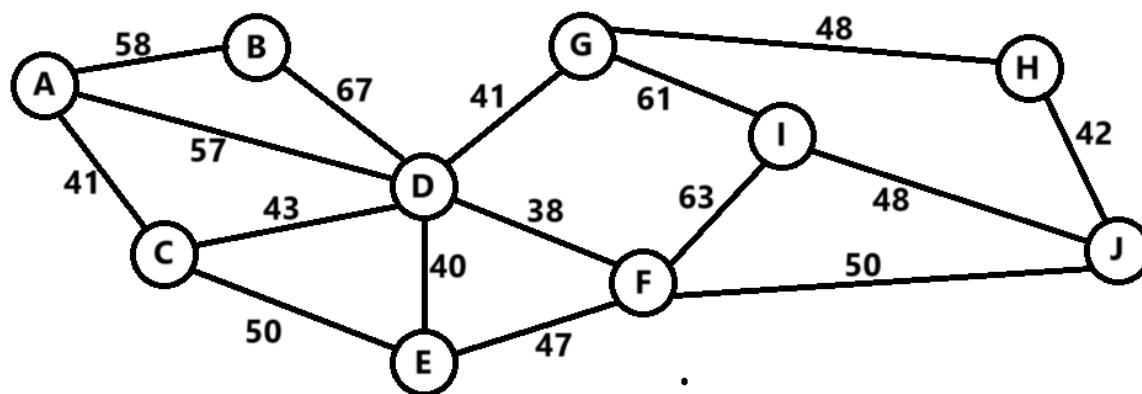
- C. Egy kódolórács akkor **szabályos**, ha az eljárás során a 16 karakter mindegyike pontosan egyszer esik lyukra. Adj meg egy szabályos kódolórácsot az alábbi ábrán (jelöld X-el a lyukat tartalmazó cellákat) úgy, hogy elkódolva vele az ÜZEMANYAGTARTÁLY szót a kapott kódszó MAGTZENYYARTÜAÁL legyen!

- D. Add meg, hogy egy 16 hosszú, különböző karakterekből álló szövegből összesen hány **különböző** kódszó jöhet létre, ha **az összes** szabályos kódolóráccsal elkódoljuk!

4. feladat (70 pont)

A lenti ábrán egy úthálózat vázlatos rajza látható: a betűkkel jelölt csúcsok városokat, az őket összekötő egyenes szakaszok utakat jelölnek. A szakaszokra írt számok az egyes utak legalacsonyabban fekvő pontjának tengerszint feletti magasságát jelentik.

Áradáskor a víz szintje megemelkedik: jelölje az új szintet L. Ilyenkor azok az utak, amelyek legalacsonyabb pontja alacsonyabban fekszik L-nél, járhatatlanná válnak. Az L-nél magasabban, vagy ugyanolyan magasban fekvő utak járhatók maradnak.



- A. Add meg, hogy hány város érhető el az egyes városokból (önmagukat is beleszámítva) a járható utak használatával $L=50$ magas vízszint esetén!

Induló város	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Elérhető városok száma										

- B. Mi az a legnagyobb L érték, ami mellett még minden városból minden városba el lehet jutni a járható utakon?

- C. A B és G városok közé új utat terveznek építeni. Feltéve, hogy ez az új út kellően magas lesz, mekkorára változik a legnagyobb L érték, ami mellett még minden városból minden városba el lehet jutni?

5. feladat (60 pont)

Elektromos autóval haladunk egy hegyvidéki úton. Az út N pihenőhelyből áll, melyeket 1-től N -ig számozunk és kezdetben az x sorszámú pihenőhelyen vagyunk. El szeretnénk jutni az utolsó pihenőhöz, egyesével haladva pihenőről pihenőre.

Minden pihenőnek ismert a tengerszint feletti H_i magassága. Az egymást követő pihenők között az út egyenletesen emelkedik, vagy egyenletesen lejt. Amikor két pihenőhely között utazunk, akkor csökkenő magasság esetén minden egység magasságcsökkenésért egy egységgel nő az akkumulátorunk töltöttsége. Amikor viszont növekszik a magasság, akkor minden egység növekedésért egysel csökken az akkumulátor töltöttsége.

Csak a kezdeti (x sorszámú) pihenőhelyen van töltőállomás, itt feltölthető az akkumulátorunk: egy egység töltés 1 percbe telik. Kezdetben az akkumulátor üres. Az autó üres akkumulátorral is képes elindulni és eljutni a következő pihenőhelyre, ha annak magassága kisebb a jelenlegi pihenőhelyénél.

A lehető legkevesebb ideig szeretnénk tölteni az akkumulátort ahhoz, hogy végig tudjunk menni a hegyi úton. Add meg az alábbi magasságértékek esetén, hogy minimum hány percet kell töltésre fordítanunk, mielőtt indulunk! Azt is határozd meg, hogy ebben az esetben mekkora lesz az út végén (az N -edik pihenőhelyen) az akkumulátor által tárolt töltésmennyiség!

A. $N=5$, $H=[8, 20, 7, 21, 15]$

Indulóhely (x)	1	2	3	4
Töltési idő				
Töltöttség az út végén				

B. $N=9$, $H=[30, 18, 26, 16, 20, 25, 10, 16, 19]$

Indulóhely (x)	1	2	3	4	5	6	7	8
Töltési idő								
Töltöttség az út végén								

6. feladat (80 pont)

Sári leejtette a számológépét és sajnos a gombok nagy része tönkrement az eséstől. Csak az 1, 2, + (összeadás) és $\times$ (szorzás) gombok maradtak működőképesek. Ráadásul azt is észrevette, hogy minden esetben, amikor lenyomja az egyik számot, a számológép azonnal kiértékeli és kiírja az aktuális művelet eredményét. Ha a szám megnyomását nem előzte meg műveleti jel beírása, akkor csak egyszerűen törli az eddigi kiírást és kiírja a most lenyomott számot a gép.

Például az $1+1\times 2+2$ gombsorozat beírásakor az első 1-es lenyomásakor megjelenik az 1, a második 1-es lenyomásakor $1+1=2$ lesz a kijelzőn, az első 2-es lenyomásakor $2\times 2=4$ lesz látható, míg végül a $4+2=6$ szám fog a kijelzőn szerepelni. De például a $12+1$ beírásakor a kijelzőn a 3-as szám fog állni, mert a 2 szám lenyomásakor a kijelzőn törlődik az 1 és a 2 jelenik meg helyette.

Sári hamar rájött, hogy még ezzel a számológéppel is képes minden pozitív egész értéket előállítani. Most szeretné a számokat a lehető leggyorsabban, azaz a legkevesebb gombnyomással megkapni. A fenti példában láttuk, hogy a 6 megkapható 7 gombnyomással. Lehet, hogy ennél kevesebb gombnyomás is elegendő hozzá?

- A. Add meg az első 15 pozitív egész mindegyikére, hogy legkevesebb hány gombnyomással állíthatók elő!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

- B. Minimum hány gombnyomás kell a 73 előállításához?

- C. Minimum hány gombnyomás kell az 1629 előállításához?