3. Demográfiai modellek

Egyetlen populációt vizsgálunk, amelyet korcsoportok szerint osztályokra bontunk. Megadjuk minden korcsoport szaporodásának és halálozásának szabályait, majd a populáció növekedését, illetve korcsoporteloszlását vizsgáljuk.

Alapmodell

Vizsgáljuk meg, milyen objektumokra és paraméterekre van szükségünk modellünk megalkotásához (a generációs keretmodellre építjük modellünket, s benne az exponenciális növekedést használjuk)!

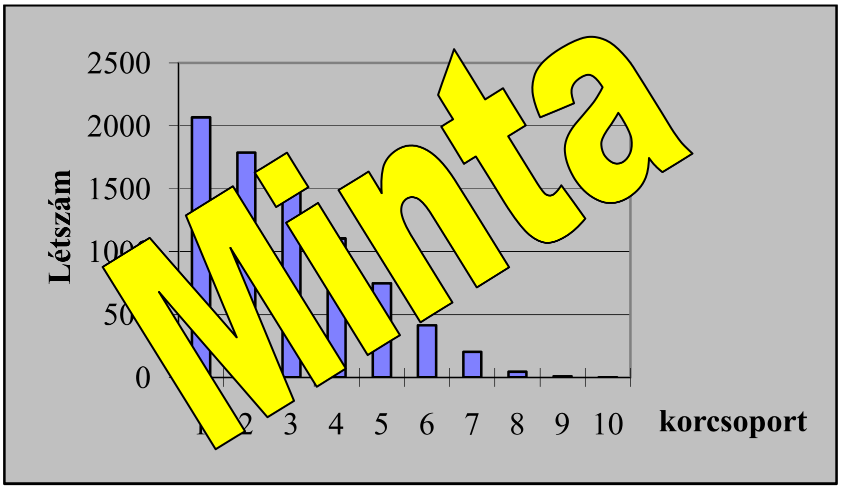
Legyen N a populáció egyedszáma, K pedig korcsoportjainak száma! Egyszerű esetben – és mi ezt vizsgáljuk – a korcsoportok egyenlő időtartamot ölelnek fel, méghozzá 1 évet. T(N)-ben tároljuk a modell objektumainak, az egyes egyedeknek a jellemző tulajdonságát: a kort. E(I) jelenti azt, hogy valaki I éves korában milyen valószínűséggel hal meg, M(I) pedig azt, hogy milyen valószínűséggel van – egyetlen – utódja. A modell algoritmusa:

```
Szimulációs lépés:
  J:=N                                         [a jelenlegi utolsó egyed]
  Ciklus I=1-től N-ig
    Ha véletlenszám<E(T(I)) akkor T(I):=0                        [halál]
    különben Ha véletlenszám<M(T(I))                          [születés]
                akkor J:=J+1; T(J):=1
             T(I):=T(I)+1                                     [öregedés]
    Elágazás vége
  Ciklus vége
  T-táblázat tömörítése
Eljárás vége.
```

Módosítsuk modellünket úgy, hogy egy évben több utód is születhessen! Ekkor M(I) az évi utódszám várható értékét (átlagos értékét) jelenti. Az algoritmusban ilyen várható értékű, Poisson eloszlású véletlenszámot használunk:

```
Szimulációs lépés:
  J:=N
  Ciklus I=1-től N-ig
    Ha RND<E(T(I)) akkor T(I):=0                       [halál]
    különben X:=Poisson(M(T(I)))                    [születés]
             Ciklus Y=1-től X-ig
               J:=J+1; T(J):=1
             Ciklus vége
             T(I):=T(I)+1                           [öregedés]
    Elágazás vége
  Ciklus vége
  T-táblázat tömörítése
Eljárás vége.
```

Modellünk használatakor megfigyelhetjük, hogy a populációban stabil kormegoszlás alakul ki: a különböző korosztályokhoz tartozó egyedek aránya nemzedékről nemzedékre változatlan marad. Az egyensúly elérésének ideje attól függ, hogy kezdetben milyen messze volt a populáció a – dinamikus – egyensúlytól. Ez a stabilitás akkor is fennmarad, ha a populáció egyedszáma nem állandó, hanem csökken vagy növekszik. Olyan paraméter meghatározása, amelyre a populáció létszáma stabil értéket vesz fel, elég nehéz feladat.

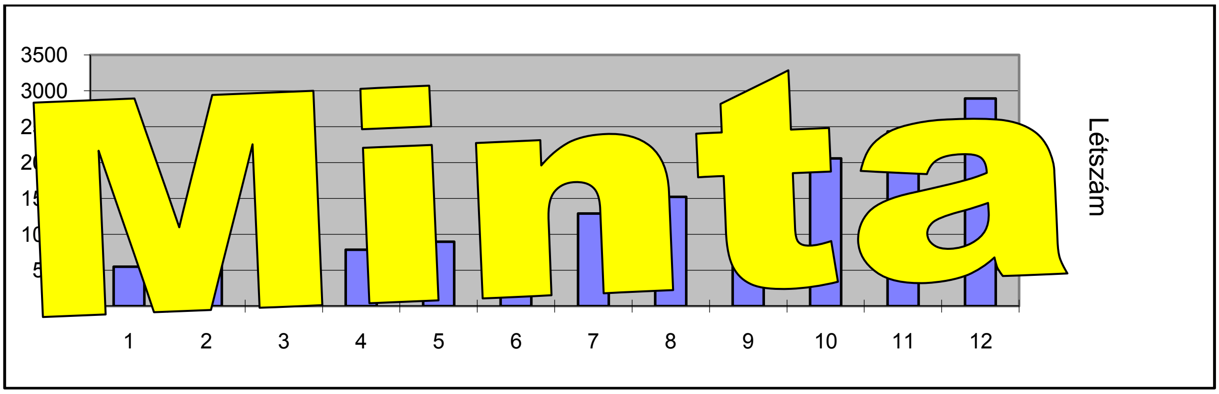


Jelöljük R_i-vel az aktuális időegységbeli korcsoporteloszlást, U_i-vel pedig a következő időegységbelit! Ekkor egyensúly esetén a korcsoportok létszámának egyensúlyát a következőképpen fogalmazhatjuk meg (s_i születési, h_i halálozási rátákkal):

$$U_{i+1} = (1-h_i) * R_i = R_{i+1} \quad \text{és} \quad U_1 = \sum_{i=1}^{n-1}(1-h_i) * s_i * R_i = R_1 \rightarrow R_1 = \sum_{i=1}^{n-1} s_i * R_{i+1} \quad \text{és}$$

$$R_{i+1} = \prod_{j=1}^{i}(1-h_j) * R_1 \rightarrow 1 = \sum_{i=1}^{n-1} s_i * \prod_{j=1}^{i}(1-h_j)$$

Egyszerű egyensúlyi feltétel tehát az $s_1=1/(1-h_1)$, a többi s_i legyen 0, h_i-k pedig tetszőlegesek, vagy a $h_i=0$ eset. Ezek azonban a természetben nem egy gyakori esetek, a valószerűbbek pedig nehezebben számíthatók ki. Ha a fenti, eredményül kapott szumma értéke kisebb 1-nél, akkor a populáció létszáma exponenciálisan csökkenni, ha viszont nagyobb 1-nél, akkor exponenciálisan növekedni fog.



Ebből láthatjuk, hogy modellünk bizony meglehetősen kezdetleges, hiszen a valóságban vég nélkül növekvő populáció nincs.