

## Kedves számok

Anna egy számológépet épít. Mivel még nincs kész, ezért a számológép nem tud kiírni  $N$ -nél nagyobb számokat. Jelenleg a számológépen 2 gomb van, melyek a következő funkciókkal rendelkeznek:

- Az első gomb megszorozza a képernyőn látható számot tízzel.
- A második gomb megszorozza a képernyőn látható számot tízzel, majd hozzáad hármat.

Ha megnyomunk egy gombot, akkor az eredmény azonnal megjelenik a kijelzőn.

Kezdetben a képernyőn a 0 szám látható. Anna kíváncsi, hogy a gombok (tetszőleges számú) megnyomásával hány különböző számot tud kiírni a számológép kijelzőjére. Írj programot, ami meghatározza, hogy hány különböző számot lehet kiírni a géppel.

### Bemenet

A standard bemenet első és egyetlen sorában az  $N$  pozitív egész szám található.

### Kimenet

A standard kimenet egyetlen sorába a számológéppel előállítható számok darabszámát kell kiírni.

### Példa

Bemenet	Kimenet
310	6

Az öt darab elérhető szám és egy lehetséges kiíratási módjuk:

- $0 = 0$
- $3 = 0 * 10 + 3$
- $30 = (0 * 10 + 3) * 10$
- $33 = (0 * 10 + 3) * 10 + 3$
- $300 = ((0 * 10 + 3) * 10) * 10$
- $303 = ((0 * 10 + 3) * 10) * 10 + 3$

### Korlátok

$$1 \leq N < 10^{50}$$

**Időlimit:** 0.5 mp.

**Memórialimit:** 256 MB

### Pontozás

A megoldásokat sok különböző tesztesetre lefuttatjuk. A tesztesetek részfeladatokba vannak csoportosítva. Egy-egy részfeladatot akkor tekintünk megoldottnak, ha volt legalább egy olyan beadásod, amely az adott részfeladat minden tesztesetére helyes megoldást adott. A feladat összpontszámát a megoldott részfeladatokra kapott pontszámok összege adja.

Részfeladat	Korlátok	Pontszám
0	a minta	0
1	N csak a 3 számjegyet tartalmazza	4
2	N csak a 0 és a 3 számjegyeket tartalmazza	12
3	$N < 1000$	10
4	$N < 10^{10}$	10
5	nincs további megkötés	14

## Beszerzés

Egy jól menő étterem a hétvégén különleges akciót szervezett, aminek eredményeként rengeteg vendégük volt és számos ételt szolgáltak fel. Mivel eléggé megcsappantak az alapanyag készleteik, így elhatározták, hogy pótolni fogják a hétvégén felhasznált mennyiségeket.

Az étterem konyháján  $N$ -féle ételt tudnak elkészíteni, melyeket az  $1, 2, \dots, N$  számokkal azonosítják. A konyhában  $K$ -féle különböző alapanyagot használnak fel a főzéshez, melyeket az  $1, 2, \dots, K$  azonosítókkal jelölik. A séf készített egy listát, amin felsorolta, hogy az egyes ételek melyik alapanyagból mekkora mennyiséget tartalmaznak.

A hétvégi akció során a pincérek  $M$  rendelést teljesítettek. A főpincér összeírta, hogy az egyes rendelések során a vendégek melyik ételekből hány adagot rendeltek.

Írj programot, ami meghatározza, hogy melyik alapanyagból mekkora mennyiség fogyott a hétvége során.

## Bemenet

A standard bemenet első sora az étlapon szereplő ételek  $N$  számát, a rendelések  $M$  számát és az alapanyagok  $K$  számát tartalmazza.

Ezt  $N$  étel leírása követi, az azonosítóik szerinti sorrendben. Az  $i$ -edik étel leírásában:

- Az első sor egy  $A_i$  pozitív egész értéket tartalmaz, az ételhez felhasznált különböző alapanyagok számát.
- A következő  $A_i$  sor mindegyike két pozitív egész számot tartalmaz, egy alapanyag  $k$  azonosítóját és az alapanyagból szükséges  $x$  mennyiséget.

Egy étel leírásában minden  $k$  érték (minden alapanyag) legfeljebb egyszer szerepel.

Ezt  $M$  rendelés leírása követi. Minden rendelés leírásában:

- Az első sor egy  $B_i$  pozitív egész értéket tartalmaz, a rendelésben szereplő különböző ételek számát.
- A következő  $B_i$  sor mindegyike két pozitív egész számot tartalmaz, egy étel  $n$  azonosítóját és az ételből rendelt adagok  $y$  számát.

Egy rendelés leírásában minden  $n$  érték (minden étel) legfeljebb egyszer szerepel.

## Kimenet

A standard kimenetre egy sorba  $K$  egész számot kell kiírni, az  $i$ -edik szám az  $i$  azonosítójú alapanyagból felhasznált összmennyiség a megrendelt ételekben.

## Példa

Bemenet

```

2 2 4
4
1 2
2 1
3 100
4 1
2
1 2
2 1
1
1 4
1
2 2

```

Kimenet

```

12 6 400 4

```

Az első rendelésben az első ételből rendeltek 4 adagot, ami az alapanyagokból a következő mennyiségeket tartalmazza: 8, 4, 400, 4.

A második rendelésben a második ételből rendeltek 2 adagot, ami az alapanyagokból a következő mennyiségeket tartalmazza: 4, 2, 0, 0.

## Korlátok

$$1 \leq N, M \leq 20\,000$$

$$1 \leq K \leq 100\,000$$

$$1 \leq A_i \leq 50\,000 \text{ minden } i = 1 \dots N\text{-re}$$

$$1 \leq k \leq K \text{ és } 1 \leq x \leq 500 \text{ minden összetevőre}$$

$$1 \leq B_i \leq 50\,000 \text{ minden } i = 1 \dots M\text{-re}$$

$$1 \leq n \leq N \text{ és } 1 \leq y \leq 500 \text{ minden rendelt ételre}$$

Az ételek leírásában szereplő alapanyagok és a rendelések leírásában szereplő ételek együttes száma legfeljebb 100 000

**Időlimit:** 0.5 mp.

**Memórialimit:** 256 MB

## Pontozás

A megoldásodat sok különböző tesztesetre lefuttatjuk. A tesztesetek részfeladatokba vannak csoportosítva. Egy-egy részfeladatot akkor tekintünk megoldottnak, ha volt legalább egy olyan beadásod, amely az adott részfeladat minden tesztesetére helyes megoldást adott. A feladat összpontszámát a megoldott részfeladatokra kapott pontszámok összege adja.

Részfeladat	Korlátok	Pontszám
0	a minta	0
1	$N = M = 1$	7
2	$K \leq 500$ , az ételek leírásában szereplő alapanyagok és a rendelések leírásában szereplő ételek együttes száma legfeljebb 500	12
3	$N = 1$	13
4	nincs további megkötés	18

## Megrendelések

Egy vállalat  $M$  megrendelést kapott a következő  $N$  napra. Minden megrendelés teljesítése egy napot igényel. A vállalat a rendelkezésére álló erőforrásokkal egy napon legfeljebb  $K$  megrendelést tud teljesíteni. Minden megrendelésnek van egy  $H_i$  határideje, ami azt jelenti, hogy az  $i$ -edik megrendelést legkésőbb a  $H_i$  sorszámú napon lehet teljesíteni. Formálisan az  $i$ -edik megrendelést olyan  $S_i$  napon kell teljesíteni, amire  $1 \leq S_i \leq H_i$  teljesül.

Írj programot, amely kiszámítja, hogy legfeljebb hány megrendelést tud teljesíteni a vállalat, és megadja az elvállalt megrendeléseket és a teljesítések napját.

### Bemenet

A standard bemenet első sora három egész számot tartalmaz, a napok  $N$  számát, a megrendelések  $M$  számát és az egy napon teljesíthető megrendelések  $K$  számát.

A második sor  $M$  egész számot tartalmaz, az  $i$ -edik szám az  $i$ -edik megrendelés  $H_i$  határideje. A napokat az  $1, \dots, N$ , a megrendeléseket az  $1, \dots, M$  számokkal azonosítjuk.

### Kimenet

A standard kimenet első sorába a teljesíthető megrendelések  $T$  számát kell írni. A következő  $T$  sorba soronként két egész szám kerüljön: az első szám egy megrendelés sorszáma, a második pedig a teljesítésének a napja.

Több megoldás esetén bármelyik megadható.

### Példa

Bemenet	Kimenet
5 8 2	7
2 3 1 3 3 5 2 2	2 1
	3 1
	1 2
	7 2
	4 3
	5 3
	6 5

### Korlátok

$$2 \leq N \leq 10\,000$$

$$1 \leq M \leq 10\,000$$

$$1 \leq K \leq 1000$$

$$1 \leq H_i \leq N \text{ minden } i = 1 \dots M\text{-re}$$

**Időlimit:** 0.6 mp.

**Memórialimit:** 64 MB

### Pontozás

A megoldásodat sok különböző tesztesetre lefuttatjuk. A tesztesetek részfeladatokba vannak csoportosítva. Egy-egy részfeladatot akkor tekintünk megoldottnak, ha volt legalább egy olyan beadásod, amely

az adott részfeladat minden tesztesetére helyes megoldást adott. A feladat összpontszámát a megoldott részfeladatokra kapott pontszámok összege adja.

Részfeladat	Korlátok	Pontszám
0	a minta	0
1	$N \leq 10, M \leq 100$	5
2	$N \leq 100, M \leq 1000$	5
3	$H_i = H_j$ minden $i, j = 1 \dots M$ -re	5
4	$K = 1$	10
5	nincs további megkötés	25

## Táblás játék

Egy egyszemélyes játékban a játéktáblán  $N$  mező van, melyeket 1-től  $N$ -ig számozunk. A játékban egy bábut lehet mozgatni: a táblán  $M$  darab nyíl jelzi, hogy melyik mezőkről melyik mezőkre lehet lépni. Egy mező **kezdőpozíció**, ha nem lehet más mezőről indulva odajutni. A **célpozíciók** azok, ahonnan semelyik másik mezőre sem lehet lépni. A bábut egy **menet**ben egy kezdőpozícióból kell eljuttatni egy célpozícióba.

A játéktábla olyan, hogy ha egy mezőről továbblépünk a bábuval, akkor oda már nem lehet visszatérni, és bárhogy teljesít a játékos egy menetet, mindig **ugyanannyi** ( $O$  darab) **mezőt** érint a mozgatott bábu.

A játékos két menetet hajthat végre, a pontszáma a két menetben érintett különböző mezők darabszáma lesz. Írj programot, amely kiszámítja, hogy legfeljebb hány pontot tud szerezni a játékos és megadja a két menet során bejárt mezőket.

### Bemenet

A standard bemenet első sora két egész számot tartalmaz, a mezők  $N$  számát és a nyilak  $M$  számát.

A következő  $M$  sor mindegyike egy nyilat leíró két egész számot tartalmaz: a nyíl az  $U_i$  mezőről a  $V_i$  mezőre mutat.

### Kimenet

A standard kimenet első sorába az elérhető legmagasabb  $P$  pontszámot kell írni.

A második és a harmadik sorba egy-egy menetet kell kiírni. Mindkét sor a menetben érintett mezők sorszámaikat tartalmazza a bejárásuk sorrendjében, a sor végén egy  $0$  számmal.

Több megoldás esetén bármelyik megadható.

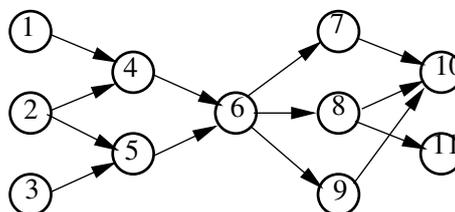
### Példa

Bemenet

```
11 13
1 4
2 4
2 5
3 5
4 6
5 6
6 7
6 8
6 9
7 10
8 10
8 11
9 10
```

Kimenet

```
9
3 5 6 7 10 0
2 4 6 8 11 0
```



### Korlátok

$$2 \leq N \leq 100\,000$$

$$1 \leq M \leq 100\,000$$

$1 \leq U_i \neq V_i \leq N$  minden  $i = 1 \dots M$ -reMinden menet legfeljebb  $O \leq 2\,000$  mezőt érint**Időlimit:** 0.5 mp.**Memórialimit:** 64 MB**Pontozás**

A megoldásodat sok különböző tesztesetre lefuttatjuk. A tesztesetek részfeladatokba vannak csoportosítva. Egy-egy részfeladatot akkor tekintünk megoldottnak, ha volt legalább egy olyan beadásod, amely az adott részfeladat minden tesztesetére helyes megoldást adott. A feladat összpontszámát a megoldott részfeladatokra kapott pontszámok összege adja.

Részfeladat	Korlátok	Pontszám
0	a minta	0
1	$N \leq 10, M \leq 100$	5
2	$N \leq 100, M \leq 1000$	5
3	minden menet pontosan $O = 3$ mezőt érint	5
4	bármely mezőről, ami nem célpozíció, pontosan egy másikra lehet lépni	10
5	bármely mezőre, ami nem kezdő pozíció, pontosan egy másiktól lehet lépni	10
6	nincs további megkötés	15

## Bizonyítás

Julcsi az idei matematika órákon összesen  $N$  darab állításról tanult. Az állításokat 1-től  $N$ -ig sorszámozzuk. A tanév hátralevő részében még  $Q$  darab matematika órán fog résztvenni. Minden órán az alábbi két dolog valamelyike történik:

- A tanár elmond egy bizonyítást: az  $x$  állításból közvetlenül levezeti az  $y$  állítást.
- Julcsi röpdolgozatot ír: a dolgozatban az  $x$  állításból kell levezetni az  $y$  állítást. A levezetés nem csak közvetlenül, hanem több állításon keresztül is történhet. Formálisan: meg kell adnia olyan  $z_1, z_2, \dots, z_k$  sorozatot, amire  $z_1 = x$ ,  $z_k = y$ , és minden  $1 \leq i \leq k - 1$  esetén  $z_i$  állításból lehet vezetni  $z_{i+1}$  állítást.

Kezdetben Julcsi egyetlen levezetést sem ismer, csak az állításokat. Sajnos a tanár kicsit szórakozott, így előfordulhat, hogy olyan levezetést kér a dolgozatban, ami az addig tanultak alapján nem lehetséges. Ha létezik legalább egy levezetés, akkor Julcsi biztosan megtalál egyet.

Írj programot, ami minden dolgozatra meghatározza, hogy Julcsi meg tudja-e oldani a feladatot (azaz tud-e jó levezetést írni az addig tanultakból).

### Bemenet

A standard bemenet első sora az állítások  $N$  számát és az órák  $Q$  számát tartalmazza. A következő  $Q$  sor közül az  $i$ -edik sorban az  $i$ -edik matematika órát leíró  $t_i, x_i, y_i$  számhármast találhatók:

- Ha  $t_i = 1$ , akkor az órán a tanár az  $x_i$  állításból közvetlen levezetést mutat az  $y_i$  állításra.
- Ha  $t_i = 2$ , akkor az órán Julcsi röpdolgozatot ír, ahol az  $x_i$  állításból kell az  $y_i$  állítást levezetnie.

### Kimenet

A standard kimenetre dolgozatonként egy sort kell kiírni. Az  $i$ -edik sor az IGEN vagy a NEM szavak valamelyikét tartalmazza annak megfelelően, hogy az  $i$ -edik dolgozatban meg lehet-e oldani a feladatot.

### Példa

Bemenet	Kimenet
4 8	IGEN
1 1 2	NEM
1 1 4	IGEN
2 1 2	IGEN
2 2 1	
1 2 3	
2 1 3	
1 3 1	
2 2 1	

### Korlátok

$$2 \leq N \leq 500$$

$$2 \leq Q \leq 300\,000$$

$t_i = 1$  vagy  $t_i = 2$  minden  $i = 1 \dots Q$ -ra

$1 \leq x_i, y_i \leq N$  és  $x_i \neq y_i$  minden  $i = 1 \dots Q$ -ra

Legalább egy órán röpdolgozatot ír Julcsi

**Időlimit:** 1.0 mp.

**Memórialimit:** 256 MB

### Pontozás

A megoldásokat sok különböző tesztesetre lefuttatjuk. A tesztesetek részfeladatokba vannak csoportosítva. Egy-egy részfeladatot akkor tekintünk megoldottnak, ha volt legalább egy olyan beadásod, amely az adott részfeladat minden tesztesetére helyes megoldást adott. A feladat összpontszámát a megoldott részfeladatokra kapott pontszámok összege adja.

Részfeladat	Korlátok	Pontszám
0	a minta	0
1	minden röpdolgozatot pontosan akkor lehet megoldani, ha $x$ -ből közvetlenül levezethető $y$	10
2	$Q \leq 1000$	15
3	nincs további megkötés	25

## Bal-jobb játék

Anna és Botond egy új kétszemélyes játékot játszanak. A játékban adott egy  $2 \cdot N - 1$  elemű tömb, aminek az elemeit 1-től  $2 \cdot N - 1$ -ig sorszámozzuk. Az  $N$  darab páratlan indexű elem mindegyike egy pozitív egész szám, míg az őket elválasztó  $N - 1$  darab páros indexű elem mindegyike a B (bal) és J (jobb) karakterek valamelyike.

A két játékos felváltva lép, Anna kezdi a játékot. Egy lépés során a játékos:

1. Kiválaszt egy páros indexű elemet.
2. Törli a tömbből a kiválasztott elemet, és
  - B karakter esetén a tőle közvetlenül balra lévő számot;
  - J karakter esetén a tőle közvetlenül jobbra lévő számot.

Minden lépés után a játék a törlés után megmaradt, kettővel kevesebb elemű tömbön folytatódik. A játék akkor ér véget, ha már csak egyetlen számot tartalmaz (belátható, hogy ez minden lépéssorozat esetén bekövetkezik).

Anna azt szeretné elérni, hogy a játék végén megmaradó szám értéke a lehető legnagyobb legyen, míg Botond minimalizálni szeretné ezt az értéket. Írj programot, ami kiszámolja, hogy mi lesz az utolsó megmaradt szám, ha mindketten optimálisan játszanak, és megadja Anna első lépését a játszmában.

### Bemenet

A standard bemenet első sora egy egész számot tartalmaz, a tömbben található számok  $N$  darabszámát. A második sor  $2 \cdot N - 1$  értéket tartalmaz, ahol minden páratlan sorszámú érték egy  $A_i$  pozitív egész szám és minden páros sorszámú érték egy  $C_i$  karakter (B vagy J).

### Kimenet

A standard kimenet első sorába egyetlen pozitív egész  $X$  számot kell kiírni, a játék végére megmaradó utolsó számot optimális játék esetén.

A második sorba egy páros pozitív egész számot kell írni, az Anna által első lépésben választott karakter azonosítóját (azaz az eredeti tömbben elfoglalt pozícióját). Több megoldás esetén bármelyik megadható.

### Példa

Bemenet	Kimenet
3	2
1 J 3 B 2	2

A példában két lehetséges lépéssorozat van:

- Ha Anna a 2 azonosítójú elemet választja először, akkor Botond a 4 azonosítóját fogja a saját lépésében:

$$[1, \underline{J}, 3, B, 2] \rightarrow [1, B, 2] \rightarrow [2]$$

- Ha Anna a 4 azonosítójú elemet választja először, akkor Botond a 2 azonosítóját fogja a saját lépésében:

$$[1, J, \underline{3}, B, 2] \rightarrow [1, J, 2] \rightarrow [1]$$

Így Anna számára a 2 azonosítójú elem kiválasztása az optimális kezdőlépés.

**Korlátok**

$$3 \leq N \leq 100\,000$$

$$1 \leq A_i \leq N \text{ minden } i = 1, 3, \dots, 2 \cdot N - 1\text{-re}$$

$$C_i = B \text{ vagy } C_i = J \text{ minden } i = 2, 4, \dots, 2 \cdot N - 2\text{-re}$$

**Időlimit:** 1.0 mp.

**Memórialimit:** 256 MB

**Pontozás**

A megoldásokat sok különböző tesztesetre lefuttatjuk. A tesztesetek részfeladatokba vannak csoportosítva. Egy-egy részfeladatot akkor tekintünk megoldottnak, ha volt legalább egy olyan beadásod, amely az adott részfeladat minden tesztesetére helyes megoldást adott. A feladat összpontszámát a megoldott részfeladatokra kapott pontszámok összege adja.

Részfeladat	Korlátok	Pontszám
0	a minta	0
1	van olyan páratlan $i$ index, hogy minden $j < i$ -re $C_j = B$ és minden $j > i$ -re $C_j = J$	4
2	van olyan páratlan $i$ index, hogy minden $j < i$ -re $C_j = J$ és minden $j > i$ -re $C_j = B$	8
3	$N \leq 18$	14
4	nincs további megkötés	24

Minden részfeladatban **részpontokat** lehet szerezni. A részfeladat pontszámának 50%-a jár abban az esetben, ha a részfeladathoz tartozó összes tesztesetben az  $X$  értéke helyes, de legalább egy tesztesetben a második sor vagy üres, vagy nem optimális kezdőlépést tartalmaz. Ügyelj arra, hogy ha a programod kimenetének második sora nem üres, akkor egy  $2$  és  $2 \cdot N - 2$  közti páros egész számot tartalmazzon, különben az értékelő formai hiba miatt nem biztos, hogy megadja a részpontokat.