

Kérjük a tisztelt tanár kollégákat, hogy a dolgozatokat – az egységes értékelés érdekében – szigorúan az alábbi útmutató szerint pontozzák, a megadott részpontoszámokat ne bontsák tovább! Vagyis, ha egy részmegoldásra pl. 3 pontot javasolunk, akkor arra vagy 0, vagy 3 pont adható. (Az útmutatótól eltérő megoldások is lehetnek jók.) Az egyes részmegoldásokat az útmutatóban pontosvesszővel választjuk el.

1. feladat: Lindenmayer (60 pont)

Az L-rendszer vagy a Lindenmayer-rendszer egy párhuzamos átírási rendszer– Lindenmayer Arisztid magyar származású elméleti biológus találta ki.

A rendszernek van egy kezdőállapota, amit egy karaktersorozattal írunk le. Bevezetünk egy  $a_i \rightarrow S_i$  szabályhalmazt a karakterek módosítására, ahol a szabály bal oldalán egyetlen karakter szerepel, jobb oldalán pedig egy karaktersorozat. Minden egyes lépésben a lehető legtöbb szabályt kell alkalmazni – ha egy karakterre nincs átalakító szabály, akkor az marad, amilyen volt.

Példa:

Kezdőállapot: AA, Szabályok:  $A \rightarrow BC, B \rightarrow AB$

Az AA-ból 3 lépésben kapott sorozatok:  $AA \rightarrow BCBC \rightarrow ABCABC \rightarrow BCABCBCABC$

Állítsd elő a következő Lindenmayer rendszerek által generált sorozatok első 4 elemét!

A. Kezdőállapot: A, szabályok:  $A \rightarrow AB, B \rightarrow A$

B. Kezdőállapot: A, szabályok:  $A \rightarrow B[A], B \rightarrow BB$

C. Kezdőállapot: A, szabályok:  $A \rightarrow AB, B \rightarrow BA$

D. Kezdőállapot: F, szabályok:  $F \rightarrow F+G, G \rightarrow FG$

E. Kezdőállapot: PQ, szabályok:  $P \rightarrow Q-Q, Q \rightarrow PR$

Értékelés:

A.  $A \rightarrow AB; ABA; ABAAB; ABAABABA$  3+3+3+3 pont

B.  $A \rightarrow B[A]; BB[B[A]]; BBBB[BB[B[A]]]; BBBBBBBB[BBBB[BB[B[A]]]]$  3+3+3+3 pont

C.  $A \rightarrow AB; ABBA; ABBABAAB; ABBABAABBAABABBA$  3+3+3+3 pont

D.  $F \rightarrow F+G; F+G+FG; F+G+FG+F+GFG; F+G+FG+F+GFG+F+G+FGF+GFG$  3+3+3+3 pont

E.  $PQ \rightarrow Q-QPR; PR-PRQ-QR; Q-QR-Q-QRPR-PRR; PR-PRR-PR-PRRQ-QR-Q-QRR$  3+3+3+3 pont

2. feladat: Kétfélgű sor (60 pont)

Egy kétfélgű sorra az alábbi műveleteket definiáljuk:

- üres igaz, ha a sorban nincs elem
- első a sor első eleme
- utolsó a sor utolsó eleme
- sorvégéről kidob egy elemet a sor végéről
- sorelejáról kidob egy elemet a sor elejáról
- sorvégére (x) berakja x-et a sor végére

A sor kezdetben üres. Az alábbi algoritmrészlet az n hosszú a vektorból, valamint a k számból számolja ki a b vektor elemeit:

```

Ciklus i=1-től k-ig
  Ciklus amíg nem üres és a[i]≤a[utolsó]
    sorvégéről
  Ciklus vége
  sorvégére(i)
Ciklus vége
b[1]:=a[első]
Ciklus i=k+1-től n-ig
  Ha első<i-k+1 akkor sorelejáról
  Ciklus amíg nem üres és a[i]≤a[utolsó]
    sorvégéről
  Ciklus vége
  sorvégére(i)
  b[i-k+1]:=a[első]
Ciklus vége

```

- A. Mi lesz a b vektorban, ha kezdetben  $n=3$ ,  $k=3$ ,  $a=[1, 2, 3]$ ?
- B. Mi lesz a b vektorban, ha kezdetben  $n=7$ ,  $k=3$ ,  $a=[4, 3, 2, 1, 2, 3, 4]$ ?
- C. Mi lesz a b vektorban, ha kezdetben  $n=7$ ,  $k=3$ ,  $a=[1, 2, 3, 4, 3, 2, 1]$ ?
- D. Mi lesz a b vektorban, ha kezdetben  $n=7$ ,  $k=3$ ,  $a=[3, 5, 2, 1, 7, 2, 8]$ ?
- E. Fogalmazd meg, hogy függ a b vektor az a vektor elemeitől!

Értékelés:

- |   |          |
|---|----------|
| A. $b=[1]$  | 3 pont   |
| B. $b=[2, 1, 1, 1, 2]$  | 5*3 pont |
| C. $b=[1, 2, 3, 2, 1]$  | 5*3 pont |
| D. $b=[2, 1, 1, 1, 2]$  | 5*3 pont |
| E. A b vektor elemei az a vektor k hosszú részeinek minimumai<br>(más, ezzel ekvivalens megfogalmazás is elfogadható) | 12 pont  |

### 3. feladat: Mit csinál (60 pont)

Az alábbi eljárás az a és a b pozitív egész értékű változókból számítja ki p, q és c értékét.

```

Valami (a, b, c, p, q) :
  x:=a; y:=b; p:=1; q:=1
  Ciklus amíg x≠y
    Ha x<y akkor r:=felsőegészrész((y-x)/a)
      x:=x+r*a; p:=p+r
    különben r:=felsőegészrész((x-y)/b)
      y:=y+r*b; q:=q+r
  Ciklus vége
  c:=x
Eljárás vége.

```

- A. Mi lesz p, q és c értéke, ha  $a=7$ ,  $b=11$ ?
- B. Mi lesz p, q és c értéke, ha  $a=24$ ,  $b=18$ ?
- C. Mi lesz p, q és c értéke, ha  $a=25$ ,  $b=125$ ?
- D. Fogalmazd meg általánosan, hogyan függ p, q és c értéke a-tól és b-től!
- E. Melyik a, b számpárra ismétlődik meg legtöbbször a ciklus (és hányszor), ha

E1.  $1 \leq a \leq b \leq 5$ ,E2.  $1 \leq a \leq b \leq 10$ ,E3.  $1 \leq a \leq b \leq 100$ ?

F. Fogalmazd meg általánosan, hogy a és b értékétől függően legfeljebb hányszor ismétlődhet meg a ciklus, és milyen a, b számpárok esetén következik ez belől?

Értékelés:

A.  $p=11$ ;  $q=7$ ;  $c=77$ 

2+2+2 pont

B.  $p=3$ ;  $q=4$ ;  $c=72$ 

2+2+2 pont

C.  $p=5$ ;  $q=1$ ;  $c=125$ 

2+2+2 pont

D. A c értéke a és b legkisebb közös többszöröse; ahol  $c=p \cdot a$ ;  $c=q \cdot b$ 

8+4+4 pont

E:  $a=4$ ,  $b=5$ , 7-szer;  $a=9$ ,  $b=10$ , 17-szer;  $a=99$ ,  $b=100$ , 197-szer

2+2+2+2+2+2+2+2+2+2 pont

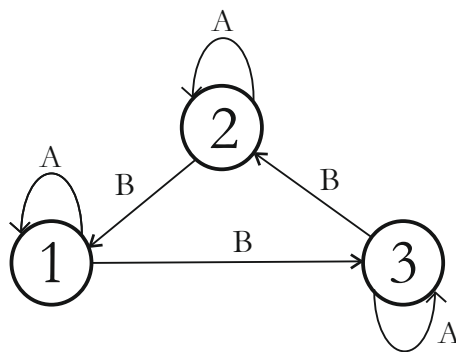
F: Legfeljebb  $a+b-2$  -szer, akkor, ha  $a=b+1$  vagy  $b=a+1$ .

8 pont

4. feladat: Automata (50 pont)

Egy automata kezdetben az 1-es állapotban van, jeleket olvas és a jelek hatására az állapota megváltozhat. Ha 1-es állapotban a bemenetére A betű érkezik, akkor marad 1-es állapotban, ha B betű érkezik, akkor átkerül 3-as állapotba. A 2-es állapotból A hatására marad 2-esben, B hatására visszamegy 1-esbe, a következő ábra szerint.

Az automata az alábbi rajzzal ábrázolható:



A. Milyen állapotba kerül az automata a BBAABB jelsorozat hatására? Add meg az egyes jelek utáni állapotokat is!

B. Milyen állapotba kerül az automata az AABAAB jelsorozat hatására? Add meg az egyes jelek utáni állapotokat is!

C. Milyen állapotba kerül az automata az BABBABA jelsorozat hatására? Add meg az egyes jelek utáni állapotokat is!

D. Milyen állapotba kerül az automata az BAABABAB jelsorozat hatására? Add meg az egyes jelek utáni állapotokat is!

E. Milyen jelsorozat szükséges ahhoz, hogy az automata a végén 3-s állapotban legyen? Fogalmazd meg általánosan!

Értékelés: (zárójelben az állapotok, a kezdőállapotra nem jár pont)

A. (1) B (3) B (2) A (2) A (2) B (1) B (3)

6\*1 pont

B. (1) A (1) A (1) B (3) A (3) A (3) B (2)

6\*1 pont

- C. (1) B (3) A (3) B (2) B (1) A (1) B (3) A (3) 7\*2 pont
- D. (1) B (3) A (3) A (3) B (2) A (2) B (1) A (1) B (3) 8\*2 pont
- E. A B-k száma mínusz 1 osztható legyen 3-mal! 8 pont

5. feladat: Logika (60 pont)

Tekintsük az alábbi közismert logikai műveleteket:

AND	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>A\B</td><td>hamis</td><td>igaz</td></tr> <tr><td>hamis</td><td>hamis</td><td>hamis</td></tr> <tr><td>igaz</td><td>hamis</td><td>igaz</td></tr> </table>	A\B	hamis	igaz	hamis	hamis	hamis	igaz	hamis	igaz	OR	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>A\B</td><td>hamis</td><td>igaz</td></tr> <tr><td>hamis</td><td>hamis</td><td>igaz</td></tr> <tr><td>igaz</td><td>igaz</td><td>igaz</td></tr> </table>	A\B	hamis	igaz	hamis	hamis	igaz	igaz	igaz	igaz
A\B	hamis	igaz																			
hamis	hamis	hamis																			
igaz	hamis	igaz																			
A\B	hamis	igaz																			
hamis	hamis	igaz																			
igaz	igaz	igaz																			
XOR	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>A\B</td><td>hamis</td><td>igaz</td></tr> <tr><td>hamis</td><td>hamis</td><td>igaz</td></tr> <tr><td>igaz</td><td>igaz</td><td>hamis</td></tr> </table>	A\B	hamis	igaz	hamis	hamis	igaz	igaz	igaz	hamis	EQU	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>A\B</td><td>hamis</td><td>igaz</td></tr> <tr><td>hamis</td><td>igaz</td><td>hamis</td></tr> <tr><td>igaz</td><td>hamis</td><td>igaz</td></tr> </table>	A\B	hamis	igaz	hamis	igaz	hamis	igaz	hamis	igaz
A\B	hamis	igaz																			
hamis	hamis	igaz																			
igaz	igaz	hamis																			
A\B	hamis	igaz																			
hamis	igaz	hamis																			
igaz	hamis	igaz																			
NAND	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>A\B</td><td>hamis</td><td>igaz</td></tr> <tr><td>hamis</td><td>igaz</td><td>igaz</td></tr> <tr><td>igaz</td><td>igaz</td><td>hamis</td></tr> </table>	A\B	hamis	igaz	hamis	igaz	igaz	igaz	igaz	hamis	NOR	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>A\B</td><td>hamis</td><td>igaz</td></tr> <tr><td>hamis</td><td>igaz</td><td>hamis</td></tr> <tr><td>igaz</td><td>hamis</td><td>hamis</td></tr> </table>	A\B	hamis	igaz	hamis	igaz	hamis	igaz	hamis	hamis
A\B	hamis	igaz																			
hamis	igaz	igaz																			
igaz	igaz	hamis																			
A\B	hamis	igaz																			
hamis	igaz	hamis																			
igaz	hamis	hamis																			

Számítógépen a hamis értéket 0-val, az igaz értéket 1-gyel ábrázoljuk. A logikai műveleteket eredményét így már az egész számok halmazán is kiszámíthatjuk az összeadás, kivonás és szorzás alkalmazásával. A végeredménynek ekkor mindenképpen 0-nak vagy 1-nek kell lennie.

Például  $A \text{ AND } B \rightarrow A * B$ ,  $\text{NOT } A \rightarrow 1 - A$ .

Valósítsd meg az alábbi logikai műveleteket az összeadás, kivonás, szorzás megfelelő használatával!

- A.  $X \text{ OR } Y$
- B.  $X \text{ XOR } Y$
- C.  $X \text{ EQU } Y$
- D.  $X \text{ NAND } Y$
- E.  $X \text{ NOR } Y$

Mely ismert logikai operátoroknak felelnek meg az alábbi kifejezések?

- F.  $X^2 * Y^2$
- G.  $1 - X^3$

Értékelés: (az alábbiakkal ekvivalens megoldás is elfogadható)

- A.  $X + Y - X * Y$

8 pont

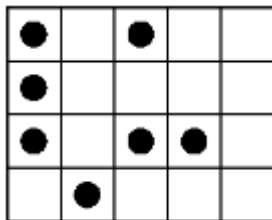
- B.  $X+Y-2 \cdot X \cdot Y$  8 pont
- C.  $1 - (X+Y-2 \cdot X \cdot Y)$  8 pont
- D.  $1 - X \cdot Y$  8 pont
- E.  $1 - (X+Y-X \cdot Y)$  8 pont
- F. AND 10 pont
- G. NOT 10 pont

6. feladat: Robotok (60 pont)

Egy  $N \times M$ -es négyzetrácsos elrendezésben megadott mezőkön lévő tárgyakat kell begyűjteni robotokkal. Minden robot a négyzetrács  $(1,1)$  koordinátájú bal felső sarkából indul, az  $(N,M)$  koordinátájú jobb alsó sarkába megy. Egy lépésben szomszédos mezőre léphet lefelé vagy jobbra. Az útja során az érintett mezőkön lévő tárgyakat gyűjti be. Az a cél, hogy a lehető legkevesebb robotot kelljen indítani, hogy azok minden tárgyat begyűjtsenek.

Add meg, hogy legkevesebb hány robot kell, és add meg az egyes robotok útvonalát! Egy robot útvonalát a lépéseinek sorozatát leíró karaktersorozattal add meg, a lefelé lépés jele az 'L', a jobbra lépés jele a 'J' karakter legyen! Több megoldás esetén bármelyik megadható.

Példa:

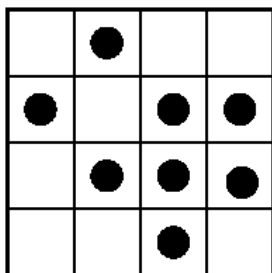


Robotok száma 2

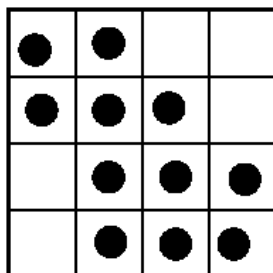
1: LLLJJJJ

2: JJLLJJL

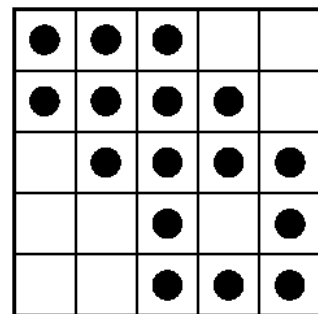
A.



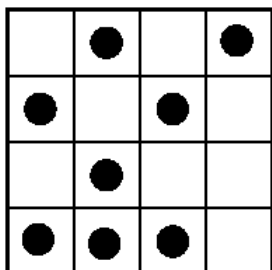
C.



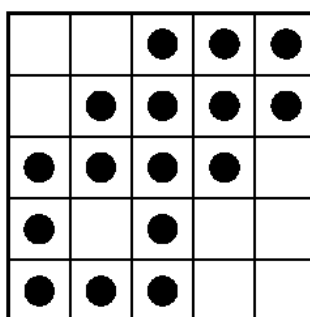
E.



B.



D.



Értékelés:

A. 2 robot

5+5 pont

- B. 4 robot 5+5 pont
- C. 2 robot 5+5 pont
- D. 4 robot 5+10 pont
- E. 2 robot 5+10 pont

Lehetséges robot útvonalak.

- |   |   |                               |
|---|---|-------------------------------|
| A. 1: LLJJLJ<br>2: JJLJLL                           | C. 1: LJLLJJ<br>2: JJLLJL                                   | E. 1: LJLJLLJJ<br>2: JJLJLJLL |
| B. 1: LLLJJJ<br>2: JLLJJL<br>3: JJLLLJ<br>4: JJJLLL | D. 1: LLLLJJJJ<br>2: JLLJLJJL<br>3: JJJLLLLJ<br>4: JJJJLLLL |                               |

7. feladat: Járdakövezés1 (50 pont)

Egy 2xN méretű járdát kell kikövezni. A kövezéshez az alábbi kétfajta lapot lehet használni:



Minden lap elforgatva is lerakható.

Példa:

N=3 esetén az alábbi 5 kikövezés lehet.

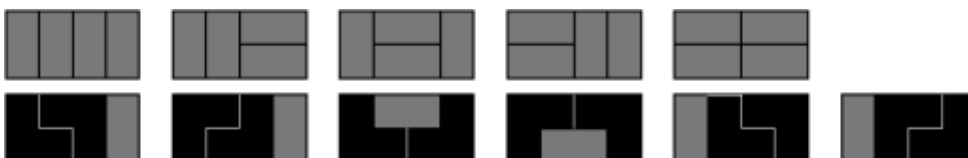


Add meg, hogy az alábbi méretekre hányféleképpen lehet a járdát kikövezni!

- A. N=1
- B. N=2
- C. N=4, add meg a lehetséges kikövezések ábráit is!
- D. N=5
- E. N=6
- F. N=7
- G. N=8

Értékelés:

- A. 1 2 pont
- B. 2 3 pont
- C. 11 5 pont



6 pont

D. 24	7 pont
E. 53	8 pont
F. 117	8 pont
G. 258	11 pont

Kiszámításuk ezzel a rekurzív képletpárral lehetséges:

$$A[1]=1; A[2]=2;$$

$$B[1]=0; B[2]=1;$$

$$A[n]=A[n-2]+A[n-1]+2*B[n-1];$$

$$B[n]=A[n-2]+B[n-1];$$

**Elérhető összpontszám: 400 pont**