CEOI 2022

CENTRAL EUROPEAN OLYMPIAD IN INFORMATICS

VARAZDIN, CROATIA, JULY 24 - 30

1. nap

2022. július 26.

Feladatok

Feladat	Időkorlát	Memóriakorlát	Pontszám
Abracadabra	3 mp	512 MiB	100
Homework	1 mp	512 MiB	100
Prize	3.5 mp	1024 MiB	100
Összesen			300

REPUBLIC OF CROATIA
Ministry of Science and Education

CROATIAN ASSOCIATION OF TECHNICAL CULTURE

CROATIAN COMPUTER SCIENCE ASSOCIATION

Abracadabra

Tin Golubić, akit *Mr. Magic Man* néven ismernek, Varasd egyik legtehetségesebb fiatal varázslója. A kártyatrükkök specialistája, ez a feladat az elmúlt években tőle látott trükkök előtti tisztelgés.

Tin trükkjében egy N kártyából álló pakli szerepel, amelyben minden egyes kártyára egy egyedi, 1 és N közötti szám van írva. A kártyák száma mindig páros. Tin néhány *keverést* hajt végre és a közönség soraiból időnként egy kiáltás hallatszik: *"Melyik szám szerepel az i-dik kártyán (a pakli aljáról kezdve a számlálást) a t-dik keverés után?"*. Tin a helyes választ rögtön rávágja a kérdésre.

A trükk mögött Tin hihetetlen mentális képessége és kártyakeverési trükkje áll. Először is, pontosan emlékszik a pakliban levő kártyák kezdősorrendjére, azaz pontosan tudja, melyik kártya melyik helyen volt eredetileg.

Másrészt a keverés kissé trükkös változatát használja, amit a közönség nem vesz észre. Hasonlóan a normál keveréshez, a paklit két egyenlő részre osztja, az alul levő felét a bal, míg a felül levő felét a jobb kezébe veszi, vigyázva, hogy a kártyákra írt számok mindig lefelé nézzenek. Azonban ahelyett, hogy valamelyik kezéből egy kártyát véletlenszerűen ejtene a keletkező pakli tetejére, mindig azt a kártyát ejti le, amelyikre a kisebb szám van írva. Ha az egyik kezéből az összes kártyát leejtette, akkor a maradékot a másik kezéből az eredeti sorrendben ejti le. Ezután a leejtett kártyákat - a sorrend megtartásával - újra pakliba rendezi, s ezzel a keverés befejeződik.

A kezdeti állapotból indulva Tin többször is megkeveri a paklit, majd az új sorrendbe rakott kártyákon hajtja végre a következő keverést.

Írj egy programot, amely szimulálja Tin trükkjét, azaz a pakli kezdeti állapotát ismerve, Q darab, a közönség által feltett kérdésre ad választ.

Bemenet

A bemenet első sora az N és a Q pozitív egész számot tartalmazza a feladat leírásából, szóközzel elválasztva. N mindig páros.

A második sorban N darab, szóközökkel elválasztott pozitív egész szám szerepel, az $\{1, 2, \ldots, N\}$ halmaz egy permutációja, ami a pakli kezdeti állapotát írja le, alulról felfele.

A következő Q sorból a j-edik két, szóközzel elválasztott egész számot tartalmaz: t-t és i-t ($1 \le i \le N$), ami a j-edik kérdést jelenti. Pontosabban: a kérdés az alulról számolt i-edik kártyára írt szám, t keverés után.

Kimenet

A kimenet Q sorból álljon. A j-edik sor egy 1 és N közötti pozitív egészet tartalmazzon, a j-edik kérdésre adott választ.

Pontozás

Minden részfeladatban $2 \le N \le 200\,000$, $1 \le Q \le 1\,000\,000$ és $0 \le t \le 10^9$.

Részfeladat	Pontszám	Korlátok
1	10	$N \le 1000$
2	40	Minden kérdésben a t értéke megegyezik.
3	25	$N, Q \le 100\,000$
4	25	Nincs további feltétel.

Példák

input

```
6 3
1 5 6 2 3 4
1 2
0 4
1 5
```

output

```
2
2
5
```

input

```
6 6
2 1 5 4 6 3
0 1
1 1
0 3
1 3
0 6
10 6
```

output

```
2
2
5
4
3
3
```

input

```
10 10
7 5 2 9 10 8 4 3 6 1
3 1
3 2
3 3
3 4
3 5
3 6
3 7
3 8
3 9
3 10
```

output

```
2
3
6
1
7
5
8
4
9
10
```

A harmadik példa magyarázata:
A lenti táblázat mutatja a pakli egyes keverések utáni sorrendjét. Minden kérdésben $t = 3$, Így a kimenet a harmadik keverés utáni állapot.

Keverések száma	Pakli (alulról felfele)
0	7 5 2 9 10 8 4 3 6 1
1	7 5 2 8 4 3 6 1 9 10
2	3 6 1 7 5 2 8 4 9 10
3	2 3 6 1 7 5 8 4 9 10

Homework

A kis Helena nemrég fejezte be az általános iskola első osztályát. Kitűnő tanuló és nagy szenvedélye a matematika. Jelenleg a jól megérdemelt vakációját tölti a családjával, de kezdi hiányolni a napi matek házi feladatokat. Szerencsére a bátyja úgy döntött. hogy csillapítja a kislány intellektuális szomjúságát, és a következő feladatot adta neki.

Az *érvényes kifejezés*eket rekurzívan a következő módon definiáljuk:

- A `?` egy érvényes kifejezés, ami egy egész számot reprezentál.
- Ha A és B érvényes kifejezések, akkor `min(`A`,`B`)` és `max(`A`,`B`)` is érvényes kifejezések. Az első függvény a két paraméterének a kisebbikét adja vissza, míg a második függvény a két bemeneti paramétere közül a nagyobbikat adja vissza.

Például, a `min(min(?,?),min(?,?))` és a `max(?,max(?,min(?,?)))` kifejezések a fentiek értelmében érvényes kifejezések, míg a `??`, `max(min(?))` és a `min(?,?,?)` nem érvényes kifejezések.

Helena egy olyan érvényes kifejezést kap a bátyjától, ami pontosan N darab kérdőjelet tartalmaz. Minden kérdőjelet az $\{1, 2, \ldots, N\}$ számokkal kell helyettesíteni oly módon, hogy a kifejezésben minden egyes szám pontosan egyszer szerepeljen. Másszóval a kérdőjeleket az 1 és N közötti egész számok egy permutációjával kell helyettesíteni.

Ha az összes kérdőjelet kicseréljük a fenti szabály szerinti számokra, akkor a kifejezés kiértékelődik és a végeredménye egy (1 és N közötti) pozitív egész szám lesz.

Ha a számok minden lehetséges permutációját hozzárendeli a kérdőjelekhez, hány különböző végeredményét kaphatja Helena a kifejezés kiértékelésének?

Bemenet

A bemenet első és egyetlen sora egy érvényes kifejezést tartalmaz.

Kimenet

A kimenet egyetlen, 1 és N közötti egész számot tartalmaz, a kifejezés kiértékelésekor kapható különböző számok darabszámát.

Pontozás

Minden részfeladatban $2 \le N \le 1\,000\,000$.

Részfeladat	Pontszám	Korlátok
1	10	$N \le 9$
2	13	$N \le 16$
3	13	A kifejezésben minden egyes függvény legalább egyik paramétere `?` .
4	30	$N \le 1000$
5	34	Nincs további feltétel.

Példák

input	input	input
`min(min(?,?),min(?,?))`	`max(?,max(?,min(?,?)))`	`min(max(?,?),min(?,max(?,?)))`
output	**output**	**output**
`1`	`2`	`3`

Az első példa magyarázata:
Függetlenül attól, hogyan rendeljük a kérdőjelekhez a számokat, a kifejezés kiértékelése az $\{1, 2, 3, 4\}$ halmaz minimumával egyenlő, ami az 1 érték. Így ez az egyetlen lehetséges kiértékelési végeredmény.

A második példa magyarázata:
A 3 és a 4 elérhető kiértékelési végeredmény például a következő módon: `4=max(4,max(3,min(2,1)))` és `3=max(3,max(2,min(1,4)))`. Meg lehet mutatni, hogy az 1 és a 2 nem lehetséges kiértékelési eredmény, így a válasz a 2.

Prize

A vadonatúj "*Az ÉLet súlya*" televíziós kvízműsor a gráfelmélet rajongóinak szól. Minden adásban a műsorvezető újabb és újabb gráfelméleti feladványokat ad a versenyzőknek. Az a versenyző, aki sikeresen megoldja a feladványát, egy (Euler-)körutazást nyer a horvát tengerpart mentén, teljes ellátással.

Tomislav kellően szerencsés volt ahhoz, hogy versenyzőként beválogassák a műsor soron következő adásába. Éjt nappallá téve készült a szereplésére, bújta a könyveket és tanulmányozta még a legelvontabb tételeket is. A készülés egyik éjszakáján mély álomba merült, ahol a szerepléséről álmodott. Felébredve tisztán emlékezett a feladványra és a kínzó érzésre, ami átjárta, amikor nem sikerült megoldania. Álmában az alábbi feladványt kapta.

A műsorvezető felrajzolt két *fagráfot*, mindkettőnek N csúcsa volt, 1-től N-ig *sorszámozva*. A fákat magukat 1-es és 2-es számú fának nevezzük. Ezután mindkét fában kijelölt egy-egy csúcsot gyökérnek. Végül közölte, hogy mindkét fa éleit titokban pozitív egész *élsúlyokkal* látták el, melyek Tomislav előtt ismeretlenek.

Tomislavnak először ki kellett választania pontosan K darab - 1 és N közti - (csúcs)sorszámot.

Ezután feltehetett legfeljebb Q darab kérdést a műsorvezetőnek. Minden kérdés (a, b) alakú volt, ahol a és b tetszőleges 1 és N közötti (csúcs)sorszámok. A műsorvezető minden kérdésre a megfelelő $(d_1(l_1, a), d_1(l_1, b), d_2(l_2, a), d_2(l_2, b))$ számnégyessel válaszolt, ahol $d_t(x, y)$ az x és az y sorszámú csúcs *távolságát*[1] jelöli a t számú fában, továbbá l_t a kérdésben szereplő a és b csúcsok *legkisebb közös őse*[2] a t számú fában.

Ahhoz, hogy megnyerje a díjat, Tomislavnak ezután T darab, a műsorvezető által feltett kérdésre kellett válaszolnia. A műsorvezető minden kérdése (p, q) alakú, ahol p és q **olyan (csúcs)sorszámok, melyek szerepelnek Tomislav K darab kiválasztott sorszáma között**. Tomislavnak minden kérdésre a $(d_1(p, q), d_2(p, q))$ rendezett párral kellett válaszolnia, azaz meg kellett adnia a p és q csúcsok távolságát mindkét fában.

Feladatod, hogy segíts Tomislavnak a felkészülésében: írj programot, ami megoldja az álmában látott feladványt.

Interakció

Ez egy interaktív feladat. A programodnak a zsűri által írt programmal kell kommunikálnia, ami a műsorvezető szerepét tölti be. A programodnak kell Tomislav szerepét betöltenie (és megnyernie a díjat).

A programodnak először a leírásban szereplő N, K, Q és T értékeket kell beolvasnia. Ezek négy, szóközzel elválasztott egész számként vannak megadva, a standard bemenet első sorában.

Ezt követően a programodnak a két fagráf leírását kell beolvasnia. Ezek két sorban vannak megadva, az első sor az első fa, a második sor a második fa leírását tartalmazza.

Mindkét fa N darab, szóközökkel elválasztott egész számmal van megadva: $p_1, p_2, \dots, p_N$, ahol

- $p_i \in \{1, 2, \dots, N\}$ az i sorszámú csúcs szülőjének a sorszáma az adott fában,
- vagy -1, ha a fa gyökere az i sorszámú csúcs.

A programodnak ezután K darab különböző, szóközökkel elválasztott $x_1, x_2, \dots, x_K$ $(1 \leq x_i \leq N)$ (csúcs)sorszámot kell kiírnia, a Tomislav által választott sorszámokat. Kiírás után a programod *flush*-olja a kimenetet!

[1] az x-et y-al összekötő, egyértelműen létező úton az élsúlyok összege
[2] a gyökércsúcstól legtávolabbi olyan csúcs, ami a-nak is és b-nek is őse

A programod ezután feltehet Q darab kérdést `'? a b'` ($1 \le a, b \le N$) alakban kiírva a standard kimenetre. Miután végzett a kérdések feltevésével, egyetlen sorba a `'!'` karaktert kell kiírnia. Kiírás után a programod *flush*-olja a kimenetet!

Ezután a programod beolvashatja a válaszokat a kérdéseire, soronként négy, szóközökkel elválasztott $d_1(l_1, a)$, $d_1(l_1, b)$, $d_2(l_2, a), d_2(l_2, b)$ egész számokként.

A programodnak ezt követően a műsorvezető T darab kérdését kell beolvasnia a standard bemenetről. A kérdések külön sorokban, soronként két darab p, q (ahol $p, q \in \{x_1, x_2, \ldots, x_K\}$) csúcssorszámmal vannak megadva.

Miután a programod beolvasta mind a T darab kérdést, válaszolnia kell az összesre, egy-egy sor kiírásával. Soronként két darab, szóközzel elválaszott egész számot írj ki, melyek rendre a $d_1(p, q)$ és a $d_2(p, q)$ értékek. Az összes válasz kiírása után a programodnak *flush*-olnia kell a kimenetet!

Megjegyzés: Az első példában szereplő interakcióhoz tartozó forráskódot az értékelő rendszerből letöltheted. Ez a kód formailag helyesen kommunikál a zsűri által írt ellenőrző programmal (beleértve a kimenet *flush*-olását is), és helyes megoldást ad erre a példára.

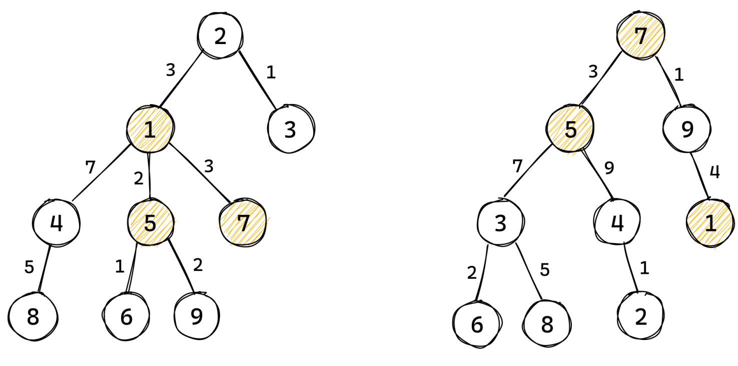
Pontozás

A rejtett élsúlyok 1 és 2 000 közötti pozitív egész értékek. Minden részfeladatban $2 \le K \le 100\,000$ és $1 \le T \le \min(K^2, 100\,000)$.

Részfeladat	Pontszám	Korlátok
1	10	$N = 500\,000$, $Q = K - 1$, a két fa megegyezik (beleértve a rejtett élsúlyokat is)
2	25	$N = 500\,000$, $Q = 2K - 2$
3	19	$N = 500\,000$, $K = 200$, $Q = K - 1$
4	22	$N = 1\,000\,000$, $K = 1\,000$, $Q = K - 1$
5	24	$N = 1\,000\,000$, $Q = K - 1$

Példa

Output	Input
	`9 3 2 3`
	`2 -1 2 1 1 5 1 4 5`
	`9 4 5 5 7 3 -1 3 7`
`1 5 7`	
`? 1 5`	
`? 1 7`	
`!`	
	`0 2 5 3`
	`0 3 5 0`
	`1 7`
	`7 5`
	`5 1`
`3 5`	
`5 3`	
`2 8`	



1 2

Magyarázat: Ebben a példában a Tomislav szerepét betöltő program az $\{1, 5, 7\}$ csúcssorszámokat választotta. Ezt követően az $(1, 5)$ és az $(1, 7)$ kérdéseket tette fel.

Az első kérdésnél az 1-es és 5-ös sorszámú csúcsok legkisebb közös ősei $l_1 = 1$ és $l_2 = 7$, tehát a válasz a kérdésre $(d_1(1,1) = 0, d_1(1,5) = 2, d_2(7,1) = 5, d_2(7,5) = 3)$.

A második kérdésnél az 1-es és 7-es sorszámú csúcsok legkisebb közös ősei $l_1 = 1$ és $l_2 = 7$, tehát a válasz a kérdésre $(d_1(1,1) = 0, d_1(1,7) = 3, d_2(7,1) = 5, d_2(7,7) = 0)$.

Végezetül, a program a következő kérdéseket kapta: $(1,7)$, $(7,5)$ és $(5,1)$.

A helyes válaszok ezekre a kérdésekre $(d_1(1,7) = 3, d_2(1,7) = 5)$, $(d_1(7,5) = 5, d_2(7,5) = 3)$, és $(d_1(5,1) = 2, d_2(5,1) = 8)$.