



# CEOI 2021

CENTRAL EUROPEAN OLYMPIAD IN INFORMATICS 2021  
ZAGREB, CROATIA | SEPTEMBER 1-5

## Day 2

September 4<sup>th</sup> 2021

### Tasks

Task	Time Limit	Memory Limit	Score
<b>Stones</b>	3 seconds	512 MiB	100
<b>Tortoise</b>	3 seconds	512 MiB	100
<b>Wells</b>	10 seconds	1024 MiB	100
<b>Total</b>			300



REPUBLIC OF CROATIA  
Ministry of Science and  
Education



CROATIAN ASSOCIATION OF  
TECHNICAL CULTURE



CROATIAN COMPUTER  
SCIENCE ASSOCIATION

## Task: Stones

Miután Ankica elkapta Brankot, Branko nem vett neki újságot. Így Ankica követelte, hogy játszanak valami mást, mivel úgy érzi, az előző játékot Branko elcsalta. Ankica *ártatlanul* azt javasolta, hogy játszanak egy másik játékot kavicsokkal, de Branko joggal gyanakodott, s úgy döntött, teljesen megváltoztatja a szabályokat.

A játékban  $N$  kupacban kavicsok vannak, az  $i$ . kupacban  $a_i$  darab kavics. A játékosok felváltva elvesznek valamelyik kupacból valamennyi (de nem 0) kavicsot. Az a játékos nyeri a játékot, aki az utolsó kavicsot veszi el az asztalról.

A furcsaság az, hogy minden fordulóban az ellenfél határozza meg, hogy aki lép, az melyik kupacból vegyen el valamennyi kavicsot.

Pontosabban, ha a játék fordulóit 1-től kezdve növekvően sorszámozzuk, a játék az alábbiak szerint zajlik:

- **Páratlan sorszámú fordulóban** Branko rámutat egy nem üres kupacra. Ankica elvesz legalább egy (de legfeljebb az összes kavicsot) a Branko által mutatott kupacból.
- **Páros sorszámú fordulóban** Ankica mutat rá egy nem üres kupacra. Branko elvesz legalább egy (de legfeljebb az összes kavicsot) az Ankica által mutatott kupacból.

Branko hozott néhány kavicsot és azokat kupacokba rendezte, majd megkezdte a játékot. Mint profi játékos, Ankica pillanatok alatt felismerte, hogy van nyerő stratégiája, azaz a kezdeti játékállásból meg tudja nyerni a játékot, bárhogy is játszik Branko.

Te meg tudod nyerni a játékot Ankica helyett?

### Párbeszéd

Ez egy interaktív feladat. A programodnak az értékelő, Branko játékát játszó programjával kell kommunikálnia. Így természetesen a Te programodnak Ankica játékát kell játszania és biztosítania, hogy Ankica megnyeri a játékot.

A programodnak a standard inputról a játék kezdeti állapotát kell először beolvasnia. A kezdeti állapot két sorban van megadva. Az első sor az  $N$  egész számot tartalmazza, a kupacok számát. A második sorban  $N$  darab, szóközzel elválasztott egész szám van:  $a_1, a_2, \dots, a_N$ , az egyes kupacokban levő kavicsok száma.

Ezután kezdődik a játék. Emlékeztetünk, hogy a Te programod Ankica játékát játsza, így más feladata van, ha az aktuális forduló páratlan sorszámú és más, ha páros sorszámú.

Páratlan sorszámú forduló esetén:

- A programodnak egy  $k$  egész számot kell beolvasnia. Ha minden kupac üres ebben a fordulóban, akkor a  $k$  értéke  $-1$ , a program befejeződik, ami azt jelenti, hogy a játék véget ért és veszítettél. Egyébként  $k$  ( $1 \leq k \leq N$ ) megmutatja, hogy Neked (Ankicának) a  $k$ . kupacból kell valamennyi kavicsot elvenned. Az biztos, hogy a  $k$ . kupac nem üres. A  $k$ . kupacban  $s_k$  számú kavics van.
- A programodnak egy  $x$  egészet kell kiírnia ( $1 \leq x \leq s_k$ ), ez azt jelenti, hogy ennyi kavicsot veszel el a  $k$ . kupacból. A kiírást követően *flush*-t kell végrehajtani.



Páros sorszámú forduló esetén:

- A programodnak  $l$  egész számot kell kiírnia és *flush*-t kell végrehajtanod. Ha minden kupac üres, akkor  $l$  értéke  $-1$  legyen és fejeződjön be a program. Ez azt jelenti, hogy a játék véget ért és megnyerted.  
Egyébként  $l$  ( $1 \leq l \leq N$ ) azt jelenti, hogy Brankonak az  $l$ . kupacból kell választania. Az  $l$ . kupac ekkor nem lehet üres. Jelölje  $s_l$  az  $l$ . kupacban levő kavicsok számát.
- A programod olvassa be az  $y$  egész számot ( $1 \leq y \leq s_l$ ), ami azt jelenti, hogy Branko ennyi kavicsot vett el az  $l$ . kupacból.

Mindig igaz, hogy a kezdeti játékalás olyan, hogy Te (Ankica) nyerhetsz, bárhogyan is játszik Branko.

**Megjegyzés:** Az értékelőrendszerből letölthetsz egy mintaprogramot, ami bemutatja, hogyan kell a programodnak kommunikálnia (tartalmazza a *flush* műveletet is), és amely megoldja az első példát.

## Pontozás

Legyen  $M = \max(a_1, a_2, \dots, a_N)$ .

Részfeladat	Pont	Feltételek
1	12	$1 \leq N, M \leq 7$
2	13	$1 \leq N \leq 12, 1 \leq M \leq 500$
3	15	$1 \leq N, M \leq 500$ , és $a_i = a_j$ minden $1 \leq i, j \leq N$ .
4	60	$1 \leq N, M \leq 500$

### 1. példa párbeszéd

Bemenet	Kimenet	Megjegyzés
	1	
	4	egy kupac van, ami 4 kavicsot tartalmaz
	1	Branko-nak nincs választása, Ankicának az első kupacból kell elvennie.
4		Ankica elveszi az összes követ az első kupacból.
-1		Nincs több kavics az asztalon, Ankica nyert.

### 2. példa párbeszéd

Bemenet	Kimenet	Megjegyzés
	3	
	1 1 5	Három kupac van, rendre 1, 1, és 5 kavicssal.
	3	Branko utasítja Ankicát, hogy a harmadik kupacból vegyen el
5		Ankica elveszi az összes kavicsot a harmadik kupacból.
1		Ankica utasítja Brankot, hogy az első kupacból vegyen el.
	1	Branko elveszi az egyetlen kavicsot az 1. kupacból.
	2	Branko utasítja Ankicát hogy a második kupacból vegyen el.
1		Ankica elveszi az egyetlen kavicsot a 2. kupacból.
-1		Nincs több kavics az asztalon, így Ankica nyert.

## Task: Tortoise

Wilco, a teknőc cukorkákat akar venni. Ahhoz, hogy ezt megtegye, meg kell látogatnia a Nakamise Shopping Street-et Tokióban.

Tom, a vadnyúl a barátja, aki aggódik, mert Wilco túlon túl sok édességet fogyaszt. Hogy Wilco ne tudjon annyi cukorkát vásárolni, Tom felvásárolja előtte, amennyit tud.

Az utca egyik oldalán egymás mellett  $N$  darab, azonos méretű telek van. Ezek mindegyike vagy bolt vagy játszótér.

Minden boltban ismert az ott fellelhető cukorkák száma (ez lehet 0 is). Wilco az első telektől az utolsóig sétál, sorban benéz a telkekre. Ha ott boltot lát, akkor megvásárolja az összes, abban a boltban található cukorkát és beleteszi a táskájába.

Tom, a vadnyúl kétszer olyan gyorsan halad, mint Wilco, a teknős. Wilcoval ellentétben, ő az utcán mindkét irányban mehet. Hogy ne legyen gyanús, legfeljebb egyetlen cukorkát tart egyszerre magánál. Ha megvásárol egy cukorkát, addig viszi magával, míg oda nem adja a gyerekeknek valamelyik játszótéren. Sehol máshol nem hagyhatja el. Ha Wilco végigért az utcán és Tomnál van cukorka, azzal visszaszaladhat bármely játszótérre. Tom célja, hogy Wilco a lehető legkevesebb cukorkát tudja megvásárolni.

Mindketten a 0. időpillanatban az első telektől indulnak. A cukorkák vásárlása és odaadása a gyerekeknek nulla ideig tart. Ha mindketten ugyanabban az időben érnek egy boltba, akkor Tom előbb vásárol cukorkát, mint Wilco (de Tom egyszerre csak egyetlen cukorkát vehet meg). Ez azt jelenti, ha az első telken bolt van, akkor Tom a 0. időpillanatban megvehet egy cukorkát Wilco előtt.

Számítsd ki, hogy Wilco hány cukorkát vásárol, ha Tom mozgása és vásárlása optimális (azaz úgy cselekszik, hogy Wilco a lehető legkevesebb cukorkát legyen képes megvásárolni)!

## Bement

Az első sor egy egész számot tartalmaz:  $N$ , a telkek száma.

A második sor  $N$  darab egész számot tartalmaz:  $a_1, a_2, \dots, a_N$ , amik leírják a telkeket az út mentén.

Minden  $i$ -re, ha  $a_i$  értéke  $-1$ , akkor az  $i$ . telek játszótér, egyébként bolt, amiben  $a_i$  darab cukorka van. Lehetséges, hogy egy boltban nincs cukorka (ekkor  $a_i$  értéke 0).

Legalább egy telken játszótér van és minden játszótéren vannak gyerekek.

## Kimenet

A Wilco által megvásárolt cukorkák számát kell kiírni.

## Pontozás

Részfeladat	Pont	Feltételek
1	8	$1 \leq N \leq 20,  a_i  \leq 1$
2	10	$1 \leq N \leq 300,  a_i  \leq 1$
3	30	$1 \leq N \leq 300, -1 \leq a_i \leq 10\,000$
4	25	$1 \leq N \leq 5\,000, -1 \leq a_i \leq 10\,000$
5	27	$1 \leq N \leq 500\,000, -1 \leq a_i \leq 10\,000$



## Példák

**input**

5  
-1 1 1 1 1

**output**

2

**input**

8  
-1 1 0 0 -1 0 0 3

**output**

1

**input**

8  
2 -1 2 -1 2 -1 2 -1

**output**

1

**Az első példa értelmezése:** Tom bemegy a 2. telken lévő boltba, vásárol és visszamegy az 1. telken lévő játszótérre. Pont ekkor ér Wilco a 2. telken lévő boltba. Tom ekkor a 3. telken lévő boltba siet, ugyanakkor ér oda Wilco is. Tom megvásárolja az ott lévő cukorkát, és visszaviszi a játszótérre. Ekkor Wilco épp eléri a 4. telken lévő boltot. Ezután már Tom nem képes Wilco előtt cukorkát megvásárolni azelőtt mielőtt Wilco végigér az utcán. Tehát Wilco a két utolsó boltban lévő cukorkát megvásárolja.

**A második példa értelmezése:** Tom a 2. telken lévő boltban cukorkát vesz, amit az 5. telken lévő játszótérre visz. Ezután az utolsó telken lévő boltban vásárol egy cukorkát és visszaviszi az 5. telken lévő játszótérre. Ekkor Wilco a 6. telken van éppen. Tom újra az utolsó telekre megy, amit épp Wilco előtti időpillanatban ér el. Megvesz egy cukorkát, de már nem képes visszavinni a játszótérre és újra előbb érni a következőért, mint Wilco az utolsó telekre.

**A harmadik példa értelmezése:** Kezdetben mindketten az első telken, a boltban vannak. Tom egy cukorkát megvásárol Wilco előtt. A 2. telken gyereknek adja, majd a 3. telken újra vásárol egyet, amit valamelyik szomszédos játszótérre viszi. Aztán visszatér a 3. telekre, épp Wilcoval egy időpillanatban, így még egy cukorkát meg tud venni Wilco előtt. Ezt a 4. telken lévő játszótéren leadja, majd az 5. telken lévő boltban vásárol egy cukorkát. Ezt leadja valamelyik szomszédos játszótéren, és visszamegy az 5. telken lévő boltba, pont egyszerre érve oda Wilcoval, így még épp megvesz egy újabb cukorkát. Ezt a 6. telken lévő játszótéren leadja. Ugyanezt teszi az utolsó boltnál is.

## Task: Wells

A Velebit hegységben  $N$  menedékház van. Pontosan  $N - 1$  menedékházpárt köt össze közvetlen turistaút. Így bármely menedékháztól el lehet jutni ezeken a turistautakon bármely másik menedékházba.

Vila, a tündér nagyon szeret túrázni. Egy, két házat közvetlenül összekötő turistautat pontosan egy nap alatt tesz meg. Mágikus képességei miatt bárhol kezdheti a túráját a nap elején, és a következő  $K - 1$  napnyi túrázás során egyetlen menedékházat sem látogat meg kétszer. Tehát a túrája során Vila pontosan  $K$  menedékházat látogat meg.

Vila szomjas lesz a túra során és szeretné, ha néhány menedékházban lenne víz. Bármely lehetséges túrája során pontosan egy olyan menedékházat keresne fel, ahol talál vizet.

A feladatod az, hogy meghatározd, hogy lehetséges-e kijelölni a menedékházak egy olyan részhalmazát, ami kielégíti Vila különleges kívánságát. Továbbá, meg kell adnod az ilyen részhalmazok számát modulo  $10^9 + 7$ .

Formálisan, adott egy  $N$  pontú fa és egy  $K$  pozitív egész szám. Határozd meg, hogy van-e olyan részhalmaza a fa pontjainak, hogy bármely,  $K$  pontot tartalmazó út pontosan egy pontot tartalmaz a kijelölt részhalmazból. Továbbá add meg az ilyen részhalmazok számát modulo  $10^9 + 7$ .

### Bemenet

Az első sor két egész számot tartalmaz a menedékházak  $N$  számát és az utak  $K$  hosszát ( $2 \leq K \leq N$ ).

A következő  $N - 1$  sor leírja a közvetlen turistautakat. Ezek közül az  $i$ . sorban két, szóközzel elválasztott egész szám van:  $a_i$  és  $b_i$  ( $1 \leq a_i, b_i \leq N$ ), ami azt jelenti, hogy van közvetlen turistaút az  $a_i$  és  $b_i$  menedékház között.

Garantált, hogy a gráf fa.

### Kimenet

A kimenet első sorába a "YES" szöveget kell írni, ha létezik a pontoknak egy olyan részhalmaza, ami kielégíti a feltételt, egyébként a "NO" szöveget.

A kimenet második sorába a feltételt kielégítő részhalmazok számát kell írni modulo  $10^9 + 7$ .

### Pontozás

Részfeladat	Pont	Feltételek
1	30	$2 \leq K \leq N \leq 200$
2	20	$2 \leq K \leq N \leq 10\,000$
3	20	$2 \leq K \leq N \leq 500\,000$
4	30	$2 \leq K \leq N \leq 1\,500\,000$

Ha programod kimenetének első sora helyes, de nincs helyes második sor, akkor a tesztet pontjainak 60%-át kapod..



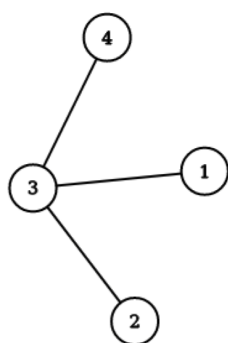
## Példák

**input**

4 2  
3 4  
3 1  
2 3

**output**

YES  
2

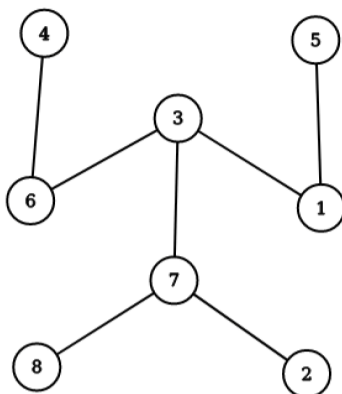


**input**

8 3  
7 3  
1 3  
7 8  
5 1  
4 6  
7 2  
3 6

**output**

NO  
0

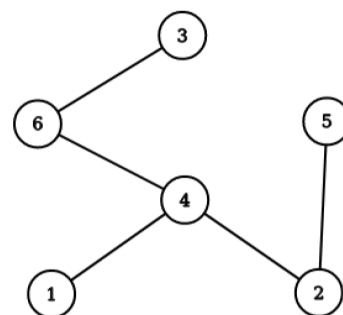


**input**

6 5  
4 1  
4 2  
3 6  
5 2  
4 6

**output**

YES  
10



**Az első példa értelmezése:** A feltételt kielégítő részhalmazok a  $\{3\}$  és az  $\{1, 2, 4\}$ .

**A harmadik példa értelmezése:** Egyetlen 55 hosszú út van, ez tartalmazza a 3, 6, 4, 2, és 5 pontokat. Ezek közül pontosan egynek kell a részhalmazban lennie és az 1 benne is lehet és nem is bármelyik mellett.

Tehát a lehetséges részhalmazok:  $\{3\}$ ,  $\{1, 3\}$ ,  $\{6\}$ ,  $\{1, 6\}$ ,  $\{4\}$ ,  $\{1, 4\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{1, 2\}$ ,  $\{5\}$ ,  $\{1, 5\}$ .